

Ciekawa arytmetyka

Problem 1

Jak podzielić 5 ciastek pomiędzy 6 osób, nie dzieląc żadnego z nich na 6 części?

Rozwiązanie

Trzy ciastka dzielimy na połowy, każda z osób dostaje po $\frac{1}{2}$ ciastka. Dwa pozostałe ciastka dzielimy na trzy części, mamy 6 części, które rozdzielamy między 6 osób. Można to opisać sumą ułamków:

$$3 + 2 = 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} = 6 \cdot \frac{1}{2} + 6 \cdot \frac{1}{3}$$

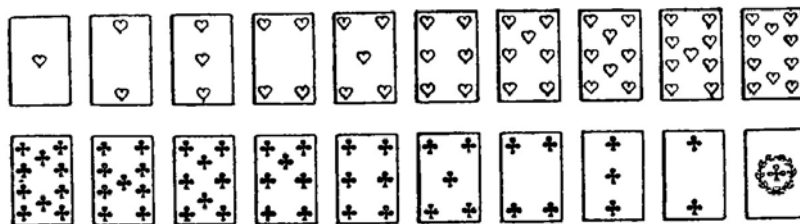
Każda z osób otrzymała:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

części ciastka.

Problem 2 (Sposób na szybkie dodawanie)

Założmy, że chcemy szybko dodać wszystkie liczby od 1 do 10. Możemy w celu ilustracji posłużyć się talią kart. Ułóżmy karty w jednym kolorze od najmniejszej do największej wartości (jak na rysunku poniżej). Pod spodem ułóżmy karty w innym kolorze, tym razem od największej do najmniejszej wartości. Zauważmy, że suma wartości każdej kolumny wynosi 11. Ponieważ kolumn jest 10, suma wszystkich wartości wynosi $10 \cdot 11 = 110$. W takim razie suma wartości jednego koloru wynosi połowę tej liczby czyli $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 11 = 5 \cdot 11 = 55$.



Powyższe rozumowanie w zapisie liczbowym wygląda następująco:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	=	55
+	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	=	55
	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	=	110

Można w ten sposób liczyć dowolnie duże sumy kolejnych liczb np. od 1 do 1000. Dla tej sumy mamy taki rachunek $\frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot (1 + 1000) = 500 \cdot 1001 = 500500$. Łatwo zauważyć, że jeżeli liczymy sumę od 1 aż do liczby n to można ją zapisać w następujący sposób: $\frac{1}{2} \cdot n \cdot (n + 1)$. W dalszym ciągu nauki matematyki będziemy się z tym wzorem spotykać.

Problem 3

W sadzie ułożono jabłka jedno za drugim w odległości 1 m. Przed pierwszym jabłkiem postawiono skrzynkę. Jaką odległość należy przejść aby zebrać jabłka, zbierając po jednym jabłku i odnosząc je do skrzynki?

Rozwiązanie

Aby dowolne jabłko umieścić w skrzynce trzeba przejść od skrzynki do jabłka i od jabłka do skrzynki a więc podwójną drogę pomiędzy skrzynka a jabłkiem. drogi od skrzynki do kolejnych jabłek mają długość 1, 2, 3, ..., 100 (sto jabłek po kolei w odległości 1 m jedno od drugiego i skrzynka metr przed pierwszym jabłkiem). Suma tych dróg wynosi $\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 101$ a łączna droga będzie dwa razy większa czyli wyniesie $100 \cdot 101 = 10100$ m. Jak widać takie zbieranie jabłek jest bardzo pracochłonne, gdyż musimy przejść ponad 10 km.

Problem 4

Ile uderzeń w ciągu doby wykonuje zegar wybijający godziny?

Rozwiązanie

O pierwszej godzinie zegar wybije raz, o drugiej dwa itd. aż do godziny 12 kiedy wybije 12 razy. Suma tych uderzeń wyniesie $\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 13$. W ciągu doby są dwa takie cykle (doba to przecież 24 godziny) w takim razie policzoną sumę należy podwoić. W ciągu doby zegar wybije $12 \cdot 13 = 156$ razy.

Problem 5

Pewna kobieta sprzedawała jabłka. Pierwszemu klientowi sprzedała połowę posiadanych jabłek i jeszcze pół jabłka. Drugiemu połowę tego co zostało i jeszcze pół jabłka. Trzeciemu połowę tego co zostało i pół jabłka itd. Ostatniemu szóstemu klientowi, sprzedała także połowę jabłek i jeszcze pół jabłka. Okazało się, że kobieta sprzedała wszystkie jabłka i żadnemu z klientów nie musiała jabłek rozcinać. Ile jabłek miała sprzedawczyni na początku?

Rozwiązanie

Można ułożyć równanie, którego rozwiązanie będzie szukana liczbą jabłek. Można też zadanie rozwiązać w sposób czysto arytmetyczny. Żeby ostatni (szósty) klient mógł kupić połowę jabłek i jeszcze pół jabłka, przy czym ma to być liczba całkowita (jabłek nie można rozcinać) musi kupić tylko jedno jabłko. Mamy więc następującą sumę:

klient	6	5	4	3	2	1
ilość jabłek	1	2	4	8	16	32 = 63

Kobieta na początku miała 63 jabłka.

Istotne w zadaniu jest spostrzeżenie, że „połowa jabłek” nie musi oznaczać liczby całkowitej. Dla szóstego klienta „połowa jabłek” to pół jabłka i jeszcze pół jabłka co razem daje jedno jabłko. Zupełnie podobne rozumowanie można przeprowadzić dla innego „szaradowego” zadania: *Cegła waży kilo i pół swojej wagi. Ile waży cegła?* W pierwszym odruchu większość

pytanych odpowiada półtorej kilo, co jest błędną odpowiedzią. Skoro mówimy „kilo i pół wagi” oznacza to, że „pół wagi” cegły to właśnie kilo. W takim razie cegła waży 2 kg.

Problem 6

Dwóch podróżnych zatrzymało się na posiłek. Jeden z nich miał 5 obwarzanków, drugi 3. Obwarzanki były jednakowej wielkości i jednakowego kształtu. Podszedł do nich trzeci podróżny, który nie miał nic do jedzenia i zaproponował, żeby podzielili się z nim po równo obwarzankami a on po skończonym posiłku zapłaci im za swoją część. Tak też się stało. Zjedli posiłek i trzeci podróżny zapłacił za swoją część 80 groszy. Jak należy podzielić tę zapłatę między dwóch podróżnych?

Rozwiązanie

Ponieważ 80 groszy to jest trzecia część wartości całego posiłku, wszystkie obwarzanki kosztowały 2.40 zł. Obwarzanków było 8 dlatego każdy z nich kosztował 30 groszy. Ten podróżny, który miał 5 obwarzanków, „dołożył” do wartości posiłku 1.5 zł. Sam zjadł za 80 groszy (każdy podróżny zjadł za 80 groszy). Więc należy mu się jeszcze 70 groszy z części trzeciego podróżnego. W takim razie drugiemu podróżnemu należy się 10 groszy z tej części.

Problem 7

Dwóch ludzi gotowało posiłek. Jeden wsypał do garnka 2 miarki kaszy ze swojego woreczka, drugi dosypał 3 takie same miarki kaszy ze swojego woreczka. Kiedy kasza była już gotowa podszedł do nich trzeci człowiek z propozycją wspólnego posiłku, po którym oczywiście zapłaci im za swoją część. Po posiłku trzeci biesiadnik zapłacił 5 zł. Jak należy rozdzielić tę sumę pomiędzy dwóch gotujących?

Rozwiązanie

Zadanie zupełnie podobne do zadania poprzedniego. Skoro za trzecią część posiłku zapłacono 5 zł., cały posiłek kosztował 15 zł. Posiłek to razem 5 miarek kaszy, więc jedna miarka kosztowała 3 zł. Pierwszy gotujący „dołożył” do posiłku 6 zł (2 miarki) a zjadł za 5 zł, więc jemu należy się 1 zł. Drugiemu gotującemu należą się 4 zł.

Problem 8

Pracujący przy wyrębie dwaj robotnicy postanowili zjeść posiłek. Jeden z nich miał 4 bułeczki drugi 7. Tuż przed posiłkiem podszedł do nich myśliwy i poprosił czy może dołączyć się do ich kompanii a po posiłku odda im wszystkie monety, które ma w kieszeni. Wszyscy trzej zjedli po równo bułeczki a na koniec myśliwy dał im dwie monety 1 zł i 10 gr. Drwale ustalili, że każda bułeczka kosztowała 10 groszy dlatego muszą iść do wioski i w sklepie wymienić zapłatę żeby się nią sprawiedliwie podzielić. Czy drwale mają rację?

Rozwiązanie

Skoro 3 osoby zjadło 11 bułeczek i jedli po równo, to każdy z nich zjadł $\frac{11}{3}$ bułeczki. Jeden z drwali dołożył do wspólnej puli 4 bułeczki czyli $\frac{12}{3}$ a zjadł $\frac{11}{3}$ w takim razie należy mu się zapłata za $\frac{1}{3}$ bułeczki. analogicznie drugiemu należy się zapłata za $\frac{21}{3} - \frac{11}{3} = \frac{10}{3}$ bułeczki.

Biorąc pod uwagę, że za $\frac{11}{3}$ bułeczki myśliwy zapłacił 110 groszy, wyliczamy cenę bułeczki

$110 : \frac{11}{3} = 110 \cdot \frac{3}{11} = 30$. W takim razie jednemu z drwali należy się 10 groszy ($\frac{1}{3}$ tej ceny),

drugiemu 100 groszy ($\frac{10}{3}$ tej ceny) i otrzymanej kwoty nie trzeba rozmieniać.

Problem 9

Pewien mężczyzna wszedł do sklepu aby kupić sobie czapkę. Wybrana przez niego czapka kosztowała 30 zł. Mężczyzna wyjął 100 zł banknot i dał sprzedawcy. Ponieważ sprzedawca nie miał wydać w sklepie na przeciw rozmienił 100 zł i wydał kupującemu resztę. Po pewnym czasie okazało się, że banknot 100 zł jest fałszywy. Właściciel sklepu z naprzeciwka przyniósł go i zażądał zwrotu pieniędzy. Sprzedawca czapek zwrócił oczywiście zakwestionowane 100 zł. Kto i ile stracił w wyniku tego zdarzenia?

Rozwiązanie

Pomimo prostoty tego problemu wiele razy trafiają się złe odpowiedzi. Właściciel sklepu z naprzeciwka nic nie zyskał i nic nie stracił (bo oddał z powrotem fałszywe 100 zł). Kupujący czapkę zyskał czapkę za 30 zł i 70 zł reszty (zyskał więc razem 100 zł). Tyle samo musiał stracić sprzedawca czapek (dał za darmo czapkę za 30 zł i dołożył do niej jeszcze 70 zł w formie reszty).

Problem 10

Krawiec ma belę materiału o długości 16 m. Każdego dnia odcina od tej beli 2 m materiału i szyje z niego bluzy. Po ilu dniach krawiec odetnie ostatni kawałek?

Rozwiązanie

Zwykle poda odpowiedź po 8 dniach i jest to błędna odpowiedź na zadane pytanie. Rzeczywiście w beli będzie osiem dwumetrowych kawałków ale ostatnie 2 m krawiec odkroi 7 dnia, bo pozostałe na 8 dzień dwa metry nie będą wymagały odkrojenia.

Problem 11

Należy napisać liczbę 100 sześcioma jednakowymi cyframi.

Rozwiązanie

Istnieje wiele sposobów, żeby to osiągnąć np. $99\frac{99}{99}$. Jeżeli dopuścimy działania arytmetyczne możemy napisać $55 + 55 - 5 - 5$.

Problem 12

Należy napisać liczbę 9 przy pomocy dziesięciu różnych cyfr (a więc wszystkich cyfr).

Rozwiązanie

Pokazujemy dwa możliwe rozwiązania:

$$\frac{97524}{10836}, \frac{95823}{10647}, \frac{95742}{10638}$$

Jeżeli dopuścimy sytuację, w której liczba 12 utożsamiana jest z 012 możliwe są kolejne rozwiązania, np.:

$$\frac{75249}{08361}, \frac{58239}{06471}, \frac{57429}{06381}$$

Problem 13

Należy napisać liczbę 100 przy pomocy 9 różnych cyfr.

Rozwiązanie

Pokazujemy kilka możliwych rozwiązań:

$$91\frac{5742}{638}, 91\frac{7524}{836}, 94\frac{1578}{263}, 96\frac{2148}{537}, 96\frac{1428}{357}$$

Jeżeli dopuścimy działania arytmetyczne, możemy podać np. takie rozwiązania:

$$\begin{aligned} 97 + \frac{5+3}{8} + \frac{6}{4} + \frac{1}{2} &= 100 \\ 75 + 24 + \frac{9}{18} + \frac{3}{6} &= 100 \\ 95\frac{1}{2} + 4\frac{38}{76} &= 100 \end{aligned}$$

lub zapisy pisemne dodawania, które zawierają 9 różnych cyfr:

46	56
37	8
+ 15	4
-----	+ 3
98	-----
+ 2	71
-----	+ 29
100	-----
	100

Problem 14 (Podział na trzy części)

Trzy niedźwiadki znalazły skład miodu. W składzie było 21 jednakowych słoików w tym: 7 pełnych miodu, 7 do połowy napełnionych oraz 7 pustych. Jak misie mają podzielić między siebie znalezisko aby każdy otrzymał równą ilość miodu i równą ilość słoików? Nie można miodu przelewać ze słoika do słoika.

Rozwiązanie

Oczywiście na każdego misia przypada 7 słoików. Gdyby można było miód przelewać to do 7 pustych słoików nalelibyśmy do połowy miód z 7 pełnych słoików co by dawało łącznie 21 słoików pełnych do połowy. Oznacza to że na każdego misia przypada $\frac{7}{2}$ słoika miodu. Możemy teraz zaproponować taki podział:

	słoi pełnych	słoi w połowie pełnych	słoi pustych	razem miodu	razem słoi
miś 1	2	3	2	$2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$	7
miś 2	2	3	2	$2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$	7
miś 3	3	1	3	$3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$	7

lub podział następujący:

	beczek pełnych	beczek w połowie pełnych	beczek pustych	razem miodu	razem beczek
miś 1	3	1	3	$3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$	7
miś 2	3	1	3	$3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$	7
miś 3	1	5	1	$1 + \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$	7

Problem 15 (*Podział na dwie części*)

Dwa misie znalazły składzik z miodem. Był w nim 8 litrowy słoć pełen miodu i dwa słoje puste 5 oraz 3 litrowy. Jak korzystając tylko z tych słoć podzielić równo miód?

Rozwiązanie

Na każdego misia mają przypadać po 4 litry miodu. Można to osiągnąć przelewając miód w następujący sposób:

ruch / słoć	8 litrowy	5 litrowy	3 litrowy
	8	0	0
I	3	5	0
II	3	2	3
III	6	2	0
IV	6	0	2
V	1	5	2
VI	1	4	3
VII	4	4	0

lub w następujący sposób:

ruch / słoć	8 litrowy	5 litrowy	3 litrowy
	8	0	0
I	5	0	3
II	5	3	0

III	2	3	3
IV	2	5	1
V	7	0	1
VI	7	1	0
VII	4	1	3
VIII	4	4	0

Jak widać sposób pierwszy jest wydajniejszy o jeden ruch.

Problem 16 (*Liczenie gęsi*)

Leciało stado gęsi. Na przeciw stada leci samotna gęś i woła.

- Witajcie sto gęsi!

Gęś przewodnik, na przedzie stada, odpowiada.

- Witaj! Ale nas nie jest sto!. Gdyby nas było drugie tyle i jeszcze połowa i ćwierć i ty gdybyś się przyłączyła, to wtedy byłoby nas sto.

Ile gęsi leciało w stadzie?

Rozwiązanie

Oznaczmy ilość gęsi przez x . Wedle słów gęsi przewodnika, możemy ułożyć równanie:

$$x + x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 1 = 100$$

$$\frac{11}{4}x = 99$$

$$x = 36$$

Jak policzyliśmy gęsi było znacznie mniej bo tylko 36.

Rozwiążmy zadanie nie posługując się równaniem. Wyobraźmy sobie stado 100 gęsi. Jeżeli odejmiemy od tej liczby gęś, która leci naprzeciw, otrzymamy w wyobraźni stado 99 gęsi. Zgodnie ze słowami gęsi przewodnika, w tym wyobrażonym stadzie jest ćwiartka stada prawdziwego i jeszcze dwie ćwiartki (połowa) stada prawdziwego i dwa razy po cztery ćwiartki (stado i drugie tyle) stada prawdziwego. Daje to razem 11 ćwiartek stada prawdziwego. W takim razie jedna ćwiartka stada prawdziwego liczy $99 : 11 = 9$ gęsi. Całe stado prawdziwe liczy cztery ćwiartki, a więc $4 \cdot 9 = 36$ gęsi.

Problem 17 (*Nastawianie zegara*)

Pewien pan miał w domu tylko ścienny zegar, który akurat przestał chodzić. Ów pan wybrał się do przyjaciela, który mieszkał niedaleko i znany był z posiadania dokładnego zegara ściennego, o który bardzo dba. Rozegrał u niego partię szachów, po czym wrócił do domu i dość dokładnie nastawił swój zegar. Jak tego dokonał? Oczywiście po drodze nikogo nie pytał o godzinę i nie słuchał radia, jedynie u przyjaciela zerkał na jego zegar.

Rozwiązanie

Ten sprytny człowiek postępował następująco. Przed wyjściem z domu nakręcił swój zegar i zapamiętał godzinę a . Po przyjściu do przyjaciela spojrzął na jego zegar i zapamiętał godzinę b . Wychodząc od przyjaciela również spojrzął na jego zegar i zapamiętał godzinę c . Przychodząc do domu odczytał aktualną godzinę d . To mu wystarczyło do nastawienia zegara.

Różnica $d - a$ jest to ilość czasu od wyjścia z domu do powrotu. Różnica $c - b$ jest to czas, który ów pan spędził u przyjaciela. Droga od przyjaciela do domu (zakładamy, że w obie strony szedł miarowo) zajęła mu $\frac{1}{2}[(d - a) - (c - b)]$. Skoro w momencie wyjścia od przyjaciela jego zegar pokazywał godzinę c , zegar w domu należy nastawić na godzinę:

$$c + \frac{1}{2}[(d - a) - (c - b)]$$

Przykład

Pan wychodząc z domu nakręcił zegar i zauważył, że wskazywał on godzinę $a=14^{20}$. Do przyjaciela ów pan przyszedł o godzinie $b=17^{10}$ (zgodnie z zegarem przyjaciela). Wyszedł od niego o godzinie $c=18^{40}$. Wchodząc do domu na swoim zegarze odczytał godzinę $d=16^{30}$. Jego domowy zegar należy nastawić na godzinę

$$18^{40} + \frac{1}{2}(2^{10} - 1^{30}) = 18^{40} + 0^{20} = 19^{00}$$

Rzeczywiście, droga od przyjaciela do domu zajmuje 20 minut. Wobec tego w domu ów pan powinien być o godzinie 19^{00} .

Problem 18 (Grzybobranie)

Dziadek wraz z czterema wnukami wybrali się na grzyby. Po jakimś czasie spotkali się w umówionym miejscu i okazało się, że dziadek znalazł 45 grzybów, wnukowie nie znaleźli żadnego. Dziadek rozdzielił znalezione grzyby między czterech wnuków i ponownie wszyscy poszli w las. Po grzybobraniu okazało się, że pierwszy z chłopców znalazł jeszcze 2 grzyby. Drugi chłopiec zgubił 2 grzyby. Trzeci z chłopców znalazł jeszcze drugie tyle grzybów, co dał mu dziadek a czwarty chłopiec połowę grzybów otrzymanych od dziadka zgubił i sam nic nie znalazł. Kiedy chłopcy zliczyli w domu swoje grzyby okazało się, że każdy ma po równo. Ile grzybów otrzymali od dziadka?

Rozwiązanie

Łatwo zauważyć, że najmniej grzybów dostał od dziadka trzeci chłopiec, ponieważ dopiero kiedy znalazł „drugie tyle” miał taką ilość grzybów jak każdy z pozostałych. Drugi chłopiec dostał o 4 grzyby więcej od pierwszego, ponieważ miał tyle samo co pierwszy kiedy sam stracił 2 a tamten znalazł 2 dodatkowe. Jeżeli przez x oznaczmy ilość grzybów, które dziadek dał pierwszemu wnukowi, to liczba grzybów przyniesionych do domu przez każdego z chłopców będzie równa $x + 2$. stąd wnioskujemy, że od dziadka otrzymali:

pierwszy chłopiec	x
drugi chłopiec	$x + 4$
trzeci chłopiec	$\frac{x + 2}{2}$ (znalazł drugie tyle, żeby mieć tę samą ilość co pozostali)
czwarty chłopiec	$2x + 4$ (kiedy stracił połowę, miał tyle co pozostali)

Dodając te ilości otrzymamy równanie:

$$x + (x + 4) + \frac{x + 2}{2} + (2x + 4) = 45$$

$$\frac{9}{2}x = 36$$

$$x = 8$$

Pierwszy chłopiec dostał 8 grzybów, drugi 12, trzeci 5 a czwarty 20.

Problem 19 (*Podział sakiewki*)

Drogą szło czterech żaków. Narzekali na swój biedny los a pierwszy z nich mówił:

- Gdybyśmy znaleźli sakwę z dukatami to wziąłbym trzecią część tych dukatów a resztę oddał wam.

Drugi na to:

- Ja bym rozdzielił każdemu po równo.

Trzeci powiada:

Mnie by i piąta część wystarczyła.

A czwarty:

Ja się zadowolę i jedną szóstą.

Wtem patrzą, a na drodze leży sakwa. Wzięli sakwę i jej zawartość postanowili podzielić tak, jak sobie planowali. Pojawił się jednak problem. Okazało się, że w sakwie jest 8 złotych monet. Jedna 3 dukatowa, pozostałe 5, 10 i 1 dukatowe. Aby podzielić znaleźne jak ustalili należało rozmiąć monetę 3 dukatową. Traktem jechał konno kupiec. Żacy zwrócili się do kupca z prośbą o rozmięcie monety trzy dukatowej na trzy monety dukatowe. Kupiec niestety nie mógł tego zrobić ale zaproponował żakom, że dołoży do sakwy swojego dukata i wtedy podzieli znaleźne, jak ustalili a kupcowi podaruje sakwę. Tak też się stało. Kupiec dołożył dukata, podzielił znaleźne a sam odjechał z sakwą. Kiedy żacy sprawdzili swoje pieniądze okazało się, że brakuje monety 3 dukatowej. A to oszust, skradł nam 3 dukaty wykrzyknęli. Jak przeliczyli dokładnie pieniądze okazało się, że każdy z nich ma więcej niż spodziewał się dostać. Jak to możliwe i ile dukatów było w sakwie?

Rozwiązanie

Okazuje się, że żacy mają problem z ułamkami. Po dodaniu wszystkich części planowanego podziału zawartości sakiewki otrzymamy:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{20}{60} + \frac{15}{60} + \frac{12}{60} + \frac{10}{60} = \frac{57}{60}$$

Do „pełnej sakiewki” brakuje więc $\frac{3}{60} = \frac{1}{20}$. Tą częśćią zaopiekował się kupiec, zabierając monetę 3 dukatową. Stąd wniosek, że dzielono $20 \cdot 3 = 60$ dukatów, a ponieważ kupiec do znaleźnego dołożył swojego dukata, żacy znaleźli 59 dukatów.

Po podziale pierwszy z żaków wziął trzecią część z 60, czyli 20 dukatów (spodziewał się $\frac{1}{3} \cdot 59 = 19\frac{2}{3}$ dukata). Drugi żak dostał po podziale 15 dukatów (spodziewał się $\frac{1}{4} \cdot 59 = 14\frac{3}{4}$ dukata). Trzeci żak dostał po podziale 12 dukatów (spodziewał się $\frac{1}{5} \cdot 59 = 11\frac{4}{5}$ dukata). Ostatni żak po podziale dostał 10 dukatów (spodziewał się $\frac{1}{6} \cdot 59 = 9\frac{1}{3}$ dukata). Kupiec miał za co dziękować bo na podziale zarobił 2 dukaty (dołożył 1 wziął 3).

Pozostają do ustalenia nominały monet, które wzięli żacy. Znaleziono 8 monet z czego jedna była 3 dukatowa, pozostałe 10, 5 i 1 dukatowe. Kupiec wziął monetę 3 dukatową a na jej miejsce dał monetę 1 dukatową. Dzielono więc 8 monet 10, 5 i 1 dukatowych. Łatwo ustalić, że podział wyglądał tak:

żak	kwota/nominały	monet
I	20 = 10+10	2
II	15 = 10+5	2
III	12 = 10+1+1	3
VI	10 = 10	1
Razem		57